



BIBLIOTHECA  
UNIV. CRACOVENSIS

905021

Mag. St. Dr.

II

Mf.11787.

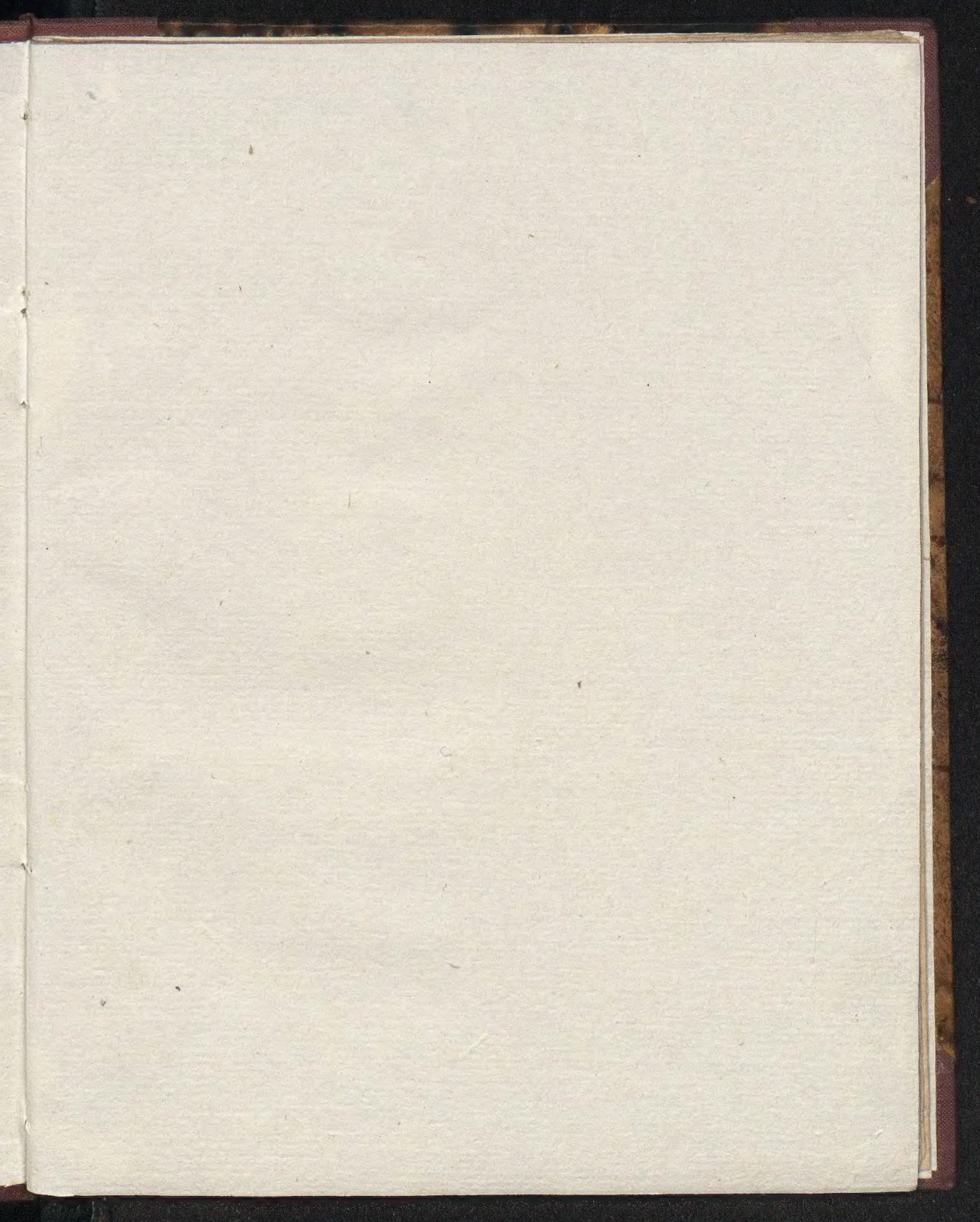




905021 II

Mag. St. Dr.











Mathesis

Arith. 4<sup>ta</sup>

Crügeri Petri: Tetragonismus circuli per  
lineas.



Mathes. 430.



TETRAGONISMVS  
CIRCULI

per lineas:

*Quem*

NICOLAUS RAIMARVS  
FVNDAMENTO SVO ASTRONOMICO  
transcursum inseruit,

EXPEDITIORI STRUCTVRA  
ET EVIDENTIORI DEMON-  
*stratione*  
Productus

*a*

M. PETRO CRÜGERO  
BORVSSO.



LIPSIAE

MICHAEL LANTZENBERGER  
EXCVDEBAT.

ANNO M. DC. VII.

*Copia Summa Tetragonismi scripta  
Adrianus Romanus.*



STIRCAT

905021

II

Mag. 87.2







Magnificis & Amplissimis

DOMINIS

COSS. & SENATVI

FLORENTISS. REIPVB.

DANTISCANAE:

*Dominis & Patronis*

*etiam atq; etiam honorandis.*



*Obis, augusti Proceres, hos  
meos consecrare labores & de-  
bui & volui. Debui; quia pro  
benevolo, quem in Rep. vestra  
publicè privatimq; expertus  
sum, affectu dudum grata  
mentis vestigium exhibere debui. Volui etiam,  
quia volentem volentia vestra fecit, & scripti  
materies. Notum mihi singulorum in mea  
studia studium: notus universorum in Geome-  
triam amor; quem (audacter loquor, quia ve-  
re) pra*



rè) præceteris omnibus istius ora civitatibus  
impensè fovetis. Et eo quidem nomine, utrum  
Vobis potius an Mathematica gratuler, incer-  
tus sum. Id certò constat, & doctrinam hanc  
tantis cultoribus, & cultores hos tantà doctri-  
nà dignissimos. Quæ ut satis illustria sunt, ita  
meis frugum Geometricarum primitiis alios  
meditari patronos dissuadet loci vestri Genius.  
Quocirca paucas has pagellas eò, quo in presen-  
tem eratis, animo suscipite; meiq; si quod est,  
ingenii fœtum primogenitum vestro, Viri ma-  
gni, gremio fovete, ac studiis meis, quod facitis,  
favete. Sic *ÆOLVS OPT. MAX.*  
vela Reip. vestra feliciter dirigat, perq; borea-  
les Aquilonis & Euri tempestates incolumi cur-  
su traducat. Ex Academia Lipsiensi, prid.  
Cal. Martias, Anni 1607.

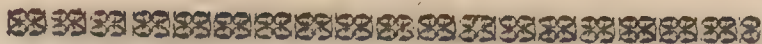
VV. Magn. & Ampl.

addictiss.

M. Petrus Crügerus.

DE QVA.





# DE QVADRATVRA CIRCVLII



Argumentum aggredior inter Mathematica difficillima non postremum, & omnium jam inde ab ævo prisco nobilium ingeniorum perpetuum exercitium. Itaq; morum temporumque gnarus, me variis variorum judiciis expositum iri, non sum nescius. Quæ tamen tantum abest ut formidem, ut ultrò etiam ea subeam. Non enim gloriabundus in publicum prodeò, sed impulsus causa, quam paulò post aperiam. Scio nonnullis Circuli quadrationem multis de causis *ἐξ ἧς ἀδυνατοῦ* haberi, quarum quæ præcipua est, omninò falsam esse constat vel leviter saltem Geometricis elementis imbuto. Cur enim, si recti nulla sit ad curvum ratio, *Circuli sunt ut à diametris quadrata; diametri ut peripheria*? quarum invicem proportionem etiam permutatam, quamvis numero non explicabilem, astruit Geometria. Quin & paraboles tetragonismum ab Archimede traditum ac demonstratum omnes hætenus adprobarunt: eundem ergo cur Circulo derogant, figuræ multò regulariori? Quibus aliisq; rationibus moti non pauci quadraturam circuli non omnino quidem impossibilem statuerunt, sed tamen, cum eam à plerisq; viderent vel frustrà tentatam vel non satis demonstratam, de ejus inventione spem omnem abjecerunt. Verùm *malè de naturâ censet*, inquit Lud. Vives lib. i. de causis corrupt. art. *quicumq; uno illam alterove partu essetam esse arbitratur: cur se non putent aliquid excussuros, si annitantur*? Et certè hoc seculo, ingeniorum doctrinæq; , si quod unquam, fertilissimo, quid non speremus? Ego multa latere in omnibus fermè disciplinis arbitror, quorum inventionem sæpe non difficilem posterì mirentur nobis neglectam.

Cæterum quum præ aliis illi potissimum quadrandi Circuli modo, quem à Simone quodam de Quercu primitus inventum Nicolaus Raimarus Fundamento suo Astronomico inseruit, firmam subesse demonstrationis vim animadverterem, & ta-



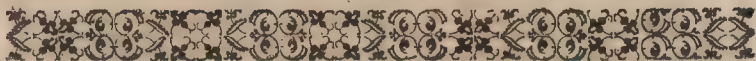
men cum ipsam fabricam scrupulosâ difficultate, tum demonstrationem aliquâ obscuritate, laborare cernerem : rem posthac intentius indigitare cœpi, & principio fabricam expeditiorem, inde demonstrationem etiam in adscripto XCVI laterum polygono procedere deprehendi. Tandem ratio, dato quadrato æqualem Circulum describendi, quam Raimarus ne verbo quidem attigit, me diu quidem sollicitum habuit. Erui tamen & eam : atq; ita Quadraturam integram, non sine viri magni suâsu, ( quod bene verat ) luci committo publicæ. Neq; enim candidas eruditorum censuras subterfugere mens est. Quin hoc mei quicquid est laboris apud Viros Mathematicos non improbarum iri confido.

Quæ cum ita paucis in vestibulo præfatus sim, ad rem ipsam protinus ingrediemur, eo gradu, ut primò necessaria tum ad constructionem, tum ad demonstrationem videamus theoremata & problemata ; non quidem omnia ea, quæ Raimarus adhibuit ( eorum enim vix duobus retentis reliqua tanquam supervacanea rejecimus ; ) sed ab iis longè diversa, quorum nonnulla jam ab Euclide atq; aliis abundè demonstrata sunt, nonnulla nobis per ea ipsa tanquam principia demonstrabimur. Quibus omnibus, ut validis fundamentis, ipsum tandem tetragonismum superstruemus.



PROBL.



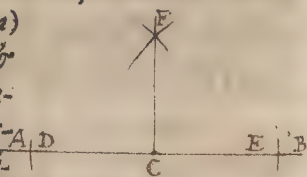


## PROBL. I. PROPOS. I.

*Datâ rectâ lineâ, à quovis in ea dato puncto perpendiculararem erigere.*

*E medio vel circa medium: Si è dato datâ rectâ puncto duæ partes utrinq; secantur æquales, & à sectionum punctis duæ æquales peripheriæ concurrant; recta à dato puncto in concursum peripheriarum, erit perpendicularis super datam. 9. c. V. R.*

*Sit data recta AB, & punctum in eâ datum C, è quo erigenda perpendicularis. E dato puncto C abscindantur à data AB (per post. 2. si opus sit, continuata) portiones utrinq; æquales CD, CE; & à punctis abscissionum D & E duæ æquales peripheriæ describantur, concurrentes in F. Dueta recta CF perpendicularis erit super datam, per 11. p. I. Eucl. Eodem modo data recta bisecatur: nam si duæ æquales peripheriæ à terminis data rectæ utrinq; concurrant, recta per puncta concursus bisecabit datam rectam, per 10. I. Eucl.*

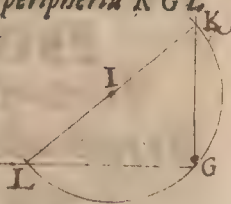


*Ab extremitatibus: Si è centro extra datam ubi-vis assumpto peripheria, datam in alio præter datum terminum puncto intersecans, describatur, & ex intersectionis puncto diameter ducatur; recta ex altero diametri termino in datum demissa, erit perpendicularis datæ.*

*Sit data*



Sit data  $GH$ , à cuius extremitate  $G$  erigenda perpendicularis. Centro  $I$ , intervallo  $IG$ , describatur peripheria  $KL$  per punctum datum  $G$  & aliud in data  $L$ : ex puncto deinde  $L$  diameter peripherie ducatur  $LK$ ; quo facto recta è  $G$  ad  $K$  excitata erit perpendicularis data  $GH$ .  
Clavius ad 11. I. E.



## PROBL. II. PROP. II.

In datam rectam à quovis extra eam dato puncto perpendicularem demittere.

Circa medium: Si pars datæ rectæ secetur à peripheria è dato extra eam puncto: recta à dicto puncto bisecans dictam partem, erit perpendicularis super datam. 10. e. V. R.

Sit data recta  $\alpha\beta$ , & punctum extra datum  $\gamma$ : è quo descripta peripheria à  $\delta\beta$ , abscindat è data portionem  $\alpha\beta$ : qua per 1. hujus bisecetur in  $\epsilon$ . E puncto dato  $\gamma$  in punctum bisectionis  $\epsilon$  demissa recta perpendicularis erit super datam, per 12. I. E.

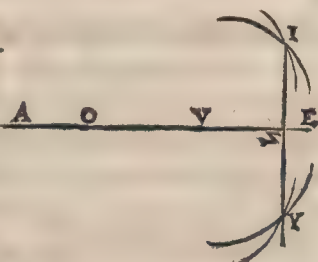


Circa extremitates: Si è diversis in data centris per datum punctum peripheriæ infra & supra datam describantur; recta per concursum peripheriarum, perpendicularis erit super datam.

Sit



Sit data  $AE$ , punctum datum  
 $I$ : assumtis in data centris  $O$  &  $V$   
 describantur due peripheria sese in-  
 tersecantes supra datam in puncto  
 dato  $I$ , infra in  $Y$ . Recta igitur  $IY$ ,  
 vel  $IZ$ , perpendicularis est super da-  
 tam  $AE$ . Clav. ad 12. I. E.

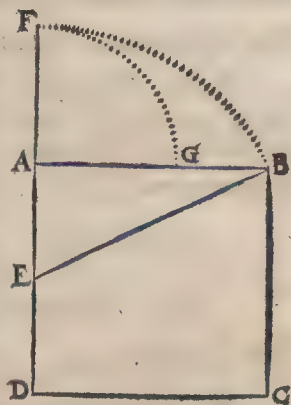


### PROBL. III. PROP. III.

*Datam rectam proportionaliter siue ex-  
 trema ac mediavatione secare.*

Si quadratum fiat è data recta; rectæ ab an-  
 gulo facti ad medium contermini lateris differen-  
 tia supra dimidium erit majus segmentum datæ  
 proportionaliter sectæ. R. 3. XIII.

Proportionaliter datam secare  
 est ita eam secare, ut se habeant si-  
 cut tota ad segmentum majus, ita  
 segmentum majus ad minus. Sit data  
 $AB$  proportionaliter secanda. Fiat  
 Quadratum  $ABCD$ , & ab angulo  
 Quadrati  $B$  ad  $E$  medium contermi-  
 ni lateris ducatur recta  $BE$ ; qua  
 comparetur dimidio  $EA$ , & appare-  
 bit differentia  $AF$ . Ea ipsa differen-  
 tia translata in datam erit majus  
 segmentum proportionaliter secta,  
 per 11. 11. & 30. VI. Eucl. hoc est,

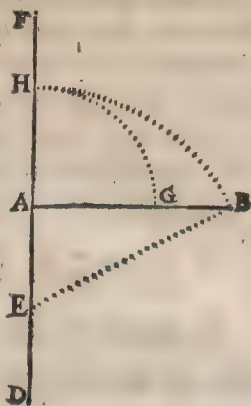


$B$  ... erit,



erit ut  $AB$  ad  $AG$ , sic  $AG$  ad  $GB$ .

Idem compendiosius effici licet  
hoc modo: Ad alterutrum data ter-  
minum  $A$  per 1. hujus erigantur u-  
trinq. perpendiculares  $AD$ ,  $AF$ , ipsi  
data  $AB$  aequales. Deinde bisecta  
alterutra perpendiculari  $AD$  in  $E$ ,  
capiatur intervallum subtensa  $EB$ ,  
& centro  $E$  transferatur in alteram  
perpendicularem  $AF$ , qua eo ipso  
secabitur proportionaliter in puncto  
 $H$ : & segmentum  $AH$  aequale erit  
segmento data  $AG$ , ut & segmen-  
tum  $HF$  segmento  $GB$ .



Hinc

Si recta proportionaliter secta majore sui se-  
gmento continetur; recta sic continuata, in ipso  
continuationis puncto proportionaliter secta e-  
rit, cujus majus segmentum erit data.

Uti in primo diagrammate  $AD$ , hoc est  $AB$ , majori se-  
gmento  $AF$ , hoc est  $AG$ , continuata, ut fiat tota  $DF$ , erit ipsa  
proportionaliter secta in  $A$ , & data  $AD$  (hoc est  $AB$ ) erit se-  
gmentum majus, per 5. XIII. Eucl.

#### PROBL. IV. PROP. IV.

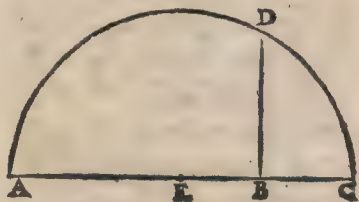
Inter duas rectas mediam proportiona-  
lem invenire.

Si recta continuata è duabus datis fiat dia-  
meter Circuli; perpendicularis à puncto conti-  
nuatio-



nuationis in peripheriam erit proportionalis inter  
 datas. *Finck. 7. IV.*

Sint due data  $AB$ ,  
 $BC$ , ita continuata, ut  
 sint diameter Circuli ex  
 $E$  describendi. Descripto  
 itaq. Circulo  $ADC$ , è  
 puncto continuationis  
 $B$  per  $1$ . huius in periphe-  
 riam perpendicularis e-  
 rigatur  $BD$ : qua per 13. VI. Eucl. proportionalis erit in-  
 ter da-  
 tas  $AB$  &  $BC$ . Hoc est, erit ut  $AB$ , ad  $BD$ , sic  $BD$  ad  $BC$ .



### THEOR. I. PROP. V.

Si tres rectæ sint proportionales; quadratum  
 mediæ æquatur oblongo extremarum: & contrà  
 Euclid. 17. VI.

Quia nempe media bis ponitur; ita ut vigorem duarum  
 obtineat: rectangulum autem sub mediis inter 4. proportiona-  
 les comprehensum per 16. VI. E. æquale est comprehenso sub ex-  
 tremis. Hinc promanat sequens problema.

### PROBL. V. PROP. VI.

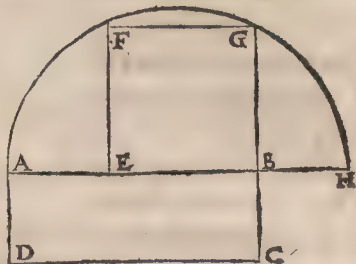
Dato parallelogrammo æquale quadra-  
 tum constituere.

Si parallelogr. duo latera contermina fiant  
 diameter, & è puncto continuationis in periphe-  
 riam



riam perpendicularis excitetur; erit ea latus Quadrati parallelogrammo æqualis.

*Ut in presenti schemate parallelogrammi ABCD continuatis lateribus AB, BH, & per 4. hujus ex B erecta proportionali BG, erit ex eâ Quadratum BGFE parallelogrammo dato æquale per proximè præced.*



### PROBL. VI. PROP. VII.

*Tribus datis rectis quartam proportionalem invenire.*

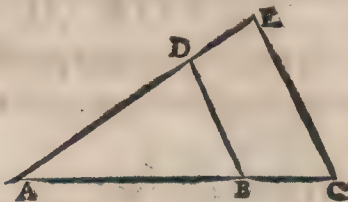
Sit trium datarum duæ priores secundum rectam continuatæ cum tertia angulo quocunque connectantur, & reliqui primæ tertiæq; termini rectâ jungantur, eiq; à secundæ termino parallela ducatur; segmentum tertiæ continuatæ inter parallelas interceptum erit ad tertiam, ut prima ad secundam.

*Sint tres datæ AB, BC, AD, quibus inveniendâ quarta proportionalis. Disponantur AB, BC secundum rectam lineam AC: cui tertia AD connectatur angulo A quocungq;. Iungantur D & B rectâ DB, cui ex C agatur parallela CE.*

*Continua-*



Continuatâ AD in E e-  
rit DE quarta proportio-  
nalis quasita, hoc est, erit  
ut AB ad BC, sic AD ad  
DE, per 12. VI. Eucl.

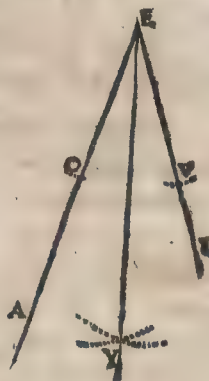


### PROBL. VII. PROP. VIII.

*Datum angulum planum vel arcum Cir-  
culi bisecare.*

Si duæ æquales peripheriæ à terminis æqua-  
lium crurum dati anguli rectilinei antè concur-  
rant, recta à concursu ad verticem bisecabit an-  
gulum datum. R. 6. V.

Esto angulus AEI bisecandus. Centro E abscindantur  
æquales crurum portiones (nam hæ loco  
æqualium crurum habentur) & à punctis  
æquationum O & V duæ à regione angu-  
li describantur æquales peripheriæ concur-  
rentes in T. Ducta recta à concursu peri-  
pheriarum in angulum bisecabit eundem  
per 9. I. E.



In bisecandis arcibus Circuli, crurum  
æquatione non est opus, cum per 15. d. I. E.  
angulorum ad centrum constitutorum  
Crura sint æqualia.

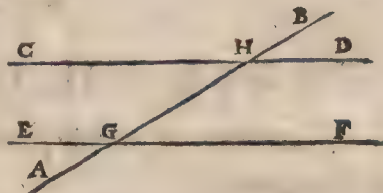


## THEOR. II. PROP. IX.

Si recta in rectas parallelas incidat, angulos similes similiterq; aut alternatim sitos facit æquales. *Euclid. 29. I.*

*Ve si recta AB incidat in parallelas CD, EF; angulos similes similiterq; sitos BHD & BGF, item alternatim sitos CHG & HGF, æquales facit &c. Ratio est evidens. Nam si*

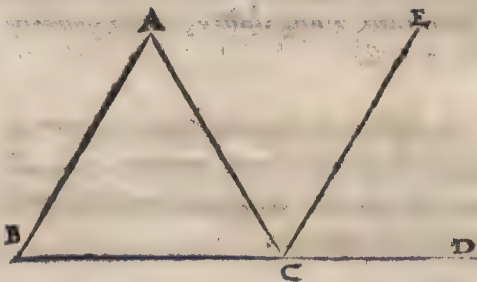
*AB recta est, recta CD & EF æqualiter inter se distare non possunt, nisi ad rectam AB æqualibus angulis inclinentur. Pitiscus 38. p. I.*



## THEOR. III. PROP. X.

Trianguli plani tres anguli simul sumti sunt æquales duobus rectis. 32. I. *Euclid.*

*Trianguli namq; uno latere producto angulus exterior æquatur duobus interioribus oppositis: velut in presenti figura angulus ACD, angulis A & B. Nempe ductâ CE, parallelâ ipsi BA, per 9. hujus erunt anguli alterni ACE*



*& A, æqua-*



&  $A$ , aequales; iidemq. similiter siti  $ECD$ , &  $B$ . Iam quoniam per 13. I. Eucl. anguli super ead. recta ad idem punctum concurrentes sint aequales duobus rectis, & angulus exterior  $ACD$  (ex duobus,  $ACE$ , &  $ECD$ , compositus) duobus interioribus  $A$  &  $B$ , sit aequalis; addito communi  $ACB$ , erunt duo  $ACD$  &  $ACB$ , duobus rectis aequales. At iidem etiam sunt aequales tribus interioribus: Ergo & interiores duobus rectis erunt aequales. Hinc

1. Datis angulis quibuscunq; duobus datur tertius.

Est enim duorum datorum ad duos rectos complementum; ut si in proposito schemate angulus  $B$  sit 53,  $A$  65; summa 118 subtracta duobus rectis relinquit tertium  $ACB$  62. Et

2. In triangulis rectangulis acutorum alter est alterius complementum.

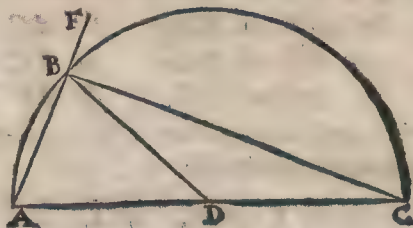
Uterq. enim conjunctim constituunt rectum alterum.

### THEOR. IV. PROP. XI.

Angulus in semicirculo rectus est. 31. III. Eucl.

Ut angulus  $ABC$ . Ducto enim radio  $BD$ , & protensa  $AB$

in  $F$ ; quoniam recta  $DA$ ,  $DB$ , aequales sunt, erunt, per 5. I. Eucl. anguli  $ABD$ ,  $BAD$ , aequales. Eadem ratione aequales erunt anguli  $DBC$ ,  $BCD$ : ideoq. totus



$ABC$  duobus  $BAC$ ,  $BCA$  aequalis erit. Est autem & externus  $FBC$  per 10. hujus, duobus istis aequalis. Atq. ita anguli deinceps  $FBC$ ,  $ABC$ , sunt aequales: Ergo recti.

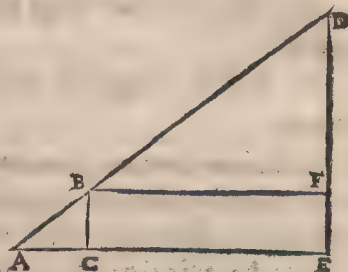
THEOR.



## THEOR. V. PROP. XII.

Triangula æquiangula seu similia habent latera circum æquales angulos proportionalia, & contrà. 4. VI, Eucl.

Quia sc. anguli BAC & DAE, itemq. ADE & ABC ex thesi sunt æquales: Ideo si AB ad AD ita applicetur ut AC in AE cadat, reliqua latera BC & DE necessario erunt parallela per 9. hujus. Atq. ita in triangulo ADE recta BC parallela basi DE



per 2. VI. Eucl. crura AD & AE secant proportionaliter, ut sit velut AD ad AB, sic AE ad AC. Ducta porro per B recta BF parallela basi AE, secabit eadem crura reliquum DE proportionaliter in F, ut sit velut AD ad AB, sic ED ad EF: velut AB ad BD, sic EF sive CB ad ED. Atq. ita, cum EF & CB æquantur, erit etiam

ut AB ad BD, sic AC ad CE, &

ut AB ad BD, sic BC ad DE, &

ut AC ad AE, sic BC ad DE. Erunt itaq. in universum triangulorum æquiangulorum latera circa æquales angulos proportionalia.

## THEOR. VI. PROP. XIII.

In triangulo rectangulo perpendicularis ex angulo recto in basin facit triangula similia inter se & toti. 8. VI, Eucl.

ut in



ut in triangulo  $ACB$   
perpendicularis  $AD$  ex an-  
gulo recto  $A$  in basin  $CB$  de-  
missa facit duo triangula  $A$   
 $CD$ ,  $ADB$  similia inter se,



& toti  $ACB$ . Cum enim in triangulis  $ABC$ ,  $DBA$ , anguli  
 $BAC$  &  $ADB$ , sint recti, & angulus  $B$  communis, erunt & re-  
liqui  $ACB$  &  $DAB$  per 10. hujus aequales. Igitur triangula  
 $DBA$ ,  $ABC$  erunt equiangula, ac proinde per 12. hujus habe-  
bunt latera circum aequales angulos proportionalia, hoc est, erit  
ut  $CB$  ad  $BA$ , sic  $BA$  ad  $BD$ ; & ut  $BA$  ad  $AC$ , ita  $BD$  ad  
 $DA$ ; & ut  $BC$  ad  $CA$ , sic  $BA$  ad  $AD$ . Atque ita triangulum  
 $ADB$  simile est toti  $ABC$ . Eodem modo demonstratur reli-  
quum triangulum  $ADC$  simile esse toti  $ACB$ . Nam anguli  
 $BAC$ , &  $ADC$ , recti sunt, & angulus  $C$  communis; ac proin-  
de reliqui,  $ABC$ ,  $CAD$ , etiam erunt aequales. Quare & a-  
quiangula erunt, atque ita  $ADC$  simile toti  $ACB$ . Tandem  
hinc convincitur triangula  $CAD$  &  $ADB$  quoque similia esse:  
nam anguli  $ADC$ ,  $ADB$ , recti sunt; & angulos  $ABD$ , &  
 $CAD$ , etiam aequales esse modo ostensum est, ut & angulos  
 $DAB$  &  $ACD$ . Quare haec duo triangula sunt inter se & to-  
ti similia.

### THEOR. VII. PROP. XIV.

Si trianguli rectanguli tria latera sunt conti-  
nuè proportionalia; perpendicularis ex angulo  
recto demissa secatur basin extrema & media ratio-  
ne: & contrà. *Clav. sch. XIII. ad 33. p. VI. Eucl.*

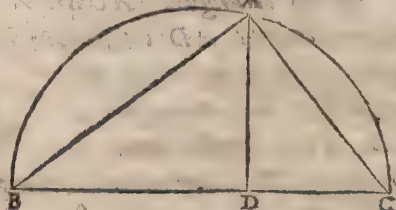
In triangulo rectangulo  $ABC$  tria latera sint continuè  
proportionalia. Si ergo ex angulo  $A$  per 11. hujus recto demitta-  
tur

C

tur



tur perpendicularis  $AD$ ,  
secabit ea basin  $BC$  ex-  
tremâ ac media ratione  
in  $D$ . Quoniam enim  
est, ut  $BC$  ad  $AB$ , ita  
 $AB$  ad  $AC$ ; est autem  
ut  $BC$  ad  $AB$ , ita  $AB$



ad  $BD$ , quod  $AB$  media proportionalis sit inter  $BC$  &  $BD$   
per coroll. 8. p. VII. Eucl. erit per II. quinti ut  $AB$  ad  $AC$ , ita  
 $AB$  ad  $BD$ ; ac proinde per 9. V. æquales erunt  $AC$  &  $BD$ .  
Ut igitur  $AC$  ad  $CD$ , ita per 7. V.  $BD$  ad  $CD$ . sed ut  $AC$  ad  
 $CD$ , ita  $BC$  ad  $AC$ , quod per Coroll. 8. p. VI.  $E$ .  $AC$  sit media  
proportionalis inter  $BC$  &  $CD$ . Igitur per 7. quinti erit etiam  
 $BC$  ad  $AC$  h. e. ad  $BD$ , ut  $AC$  h. e.  $BD$  ad  $CD$ . Ac pro-  
pterea  $BC$ , in  $D$ , secta erit extrema ac media ratione. Itaq;  
(inquit Clavius d. l.) si super datam rectam  $BC$  construendum  
sit triangulum rectangulum, cujus latera continuè proportio-  
nalia sint, secanda erit data recta  $BC$  extrema ac media ra-  
tione in  $D$ . Descripto deinde semicirculo  $BAC$  circa eandem  
datam  $BC$ , erigenda erit ad  $BC$  perpendicularis  $DA$ , jungen-  
daq; recta  $BA$ ,  $CA$ . Triangulum enim  $ABC$  propter angu-  
lum  $A$  in semicirculo rectum, erit rectangulum; ac proinde cum  
perpendicularis  $AD$  secet basin extrema ac media ratione; tria  
latera continuè erunt proportionalia. Quæ deinceps duo sequun-  
tur theoremata cum suis consecutariis, Raimari sunt: quæ propter  
ea serè verbotenus huc transferemus, diagrammatis tamen aliis  
adhibitis.

### THEOR. IIX. PROP. XV.

Linea recta arcui peripheriæ subtensa, ipso  
cui



cui subtenditur, arcu minor est: arcum autem tangens & inter peripheriæ, cujus est arcus, radios per terminos arcus infinitè continuatos comprehensa, ipso arcu quem tangit, major est.

*Est primum Raimari Elementum: intellectu facile.*

*Recta DE arcui DGE subtensa*

*ipso arcu minor est per c. 5. e. 11.*

*R. perq. 2. p. III. Eucl. Recta verò*

*FH tangens arcum DGE in G,*

*& comprehensa inter radios AD,*

*AE per terminos arcus D & E*

*continuatos in F & H, ipso arcu*

*DGE major est. Triangulum e-*

*nim AFH majus est comprehen-*

*so inter se sectore ADGE per i-*

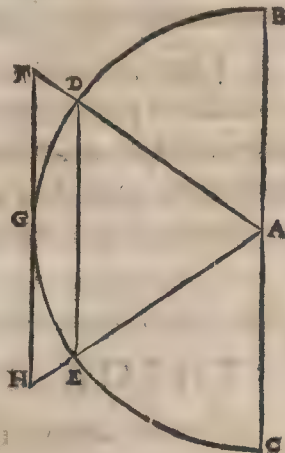
*φάγου. At horum utriusq.*

*altitudo AG aequalis est. Ergo re-*

*liqua dimensio nempe basis FH*

*trianguli AFH, major erit secto-*

*ris basi DGE. Hinc consecretaria:*



1. Cujuslibet arcus quantitas versatur inter quantitatem subtensæ, & inter quantitatem tangentis, inter radios circuli, cujus est arcus, per terminos arcus infinitè continuatos comprehensæ.

2. Tota perimeter polygoni ordinati circulo in scr minor est ipsâ circuli peripheriâ: tota verò perimeter polygoni ordinati circumscripti peripheriâ Circuli major est; & contrâ.

C

1. Qua-



3. Quadrans perimetri cujuscunq; polygoni ordinati circulo inscripti minor est quadrante peripheriæ ejusdem Circuli: quadrans autem perimetri polygoni circumscripti major est quadrante peripheriæ ejusdem.

*Sextum hoc est consecrarium elementi primi Raimariani, secundo merito subjungendum.*

4. Quantitas totius peripheriæ Circuli est inter quantitates perimetrorum polygoni ordinati Circulo inscripti & circumscripti: Consequenter & quadrantis peripheriæ quantitas inter quantitates quadrantum perimetrorum eorundem.

*Comprehendimus hoc uno Raimari quartum & quintum 1. elem. Consecrarium: reliquis. puta tercio & septimo, omisiss.*

### THEOR. IX. PROP. XVI.

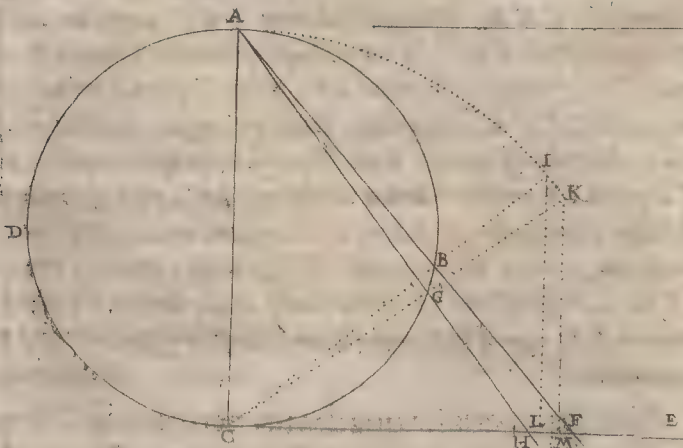
Si recta, æqualis quadranti perimetri cujuscunq; multanguli ordinati circumscripti, circulo ab alterutro diametri termino inscribatur, & extra circulum in tangentem, ad alterum diametri terminum perpendiculariter versus idem latus infinitè ductam, continuetur; abscindet continuata à dicta tangente segmentum inter diametri terminum & abscissionis punctum inscriptâ majus: æqualis autē quadranti perimetri multanguli (ad alterum homologi) inscripti eodem modo  
conti-



continuata, abscindet à dicta tangente segmen-  
tum inscriptâ minus.

Quintum hoc est & ultimum Raimari elementum. Est o  
circulus  $ABCD$ , cujus diameter  $AC$ , tangens per 10. III. Eucl.  
ad diametri terminum  $C$  infinita  $CE$ . Recta aequalis quadranti  
perimetri inscripti duodecanguli  $AB$ , per continuationem à tan-  
gente  $CE$  abscindens segmentum  $CF$ , multò majus inscriptâ  
 $AB$ . Contra verò recta  $AG$  aequalis quadranti perimetri duode-  
canguli circumscripti, per continuationem à dicta tangente ab-  
scindit segmentum  $CH$ , minus inscriptâ  $AG$ .

Ductis enim per inscriptionum terminos  $G$  &  $B$  rectis  $CI$ ,



$CK$ , diametro  $AC$  aequalibus & à punctis  $I$  &  $K$  demissis  
in tangentem  $CE$  perpendicularis  $IL$ ,  $KM$ , fient triangula si-  
milia  $ABC$ ,  $CIL$ , item  $AGC$ ,  $CKM$ : siquidem trianguli  
 $ABC$  angulus ad  $B$  rectus est per 11. hujus; & trianguli  $CIL$   
angulus ad  $L$  idem rectus est per structuram: deinde trianguli

$C$  3  $ABC$  Angu-



ABC angulus ad C propter parallelas AC, IL, per 9. hujus aequatur angulo I trianguli CIL: ac proinde per 10. hujus triangulorum ABC, CIL, anguli ad A & C etiam aequales erunt. Ideo, cum sint haec duo triangula similia, erunt eorundem latera circum aequales angulos, per 12. hujus, proportionalia; hoc est, erunt ut AC ad CB, sic CI ad IL, & ut AC ad AB, sic CI ad CL &c. sed CI ex structura aequatur diametro AC, ergo IL aequatur ipsi CB: igitur & reliqua AB, CL latera aquantur. Atqui latere CL, hoc est, inscripta AB, multo majus est abscissum segmentum CF per 9. ax. Eucl. quod erat demonstrandum. Eodem modo trianguli AGC angulus ad G in semicirculo rectus est; rectus item per struct. angulus ad M in triangulo CKM: trianguli deinde AGC angulus ad C, propter parallelas AC, KM, per 9. hujus aequatur angulo K trianguli CKM: Ergo & reliqui ad A & C anguli triangulorum AGC, CKM, aquantur. Unde triangula constat esse similia, lateribusq. circum aequales angulos proportionalia. Sed CK aequalis est per structuram diametro AC, ergo & reliqua dictorum triangulorum latera ad invicem erunt in ratione aequalitatis, & ita CG aequalis est ipsi KM, & AG aequalis ipsi CM. Atqui CM, vel ipsi aequalis AG, major est abscisso segmento CH: quod erat propositum. Constat igitur utraq. pars theorematum.

Hinc itaq.

Si recta, aequalis quadranti peripheriae Circuli, eidem Circulo ab alterutro diametri termino inscribatur; per continuationem abscinder à tangente segmentum aequale; & contra.

Manifestum hoc est ex precedentibus. Cum enim quantitas quadrantis peripheriae per 4. cons. 15. hujus versetur inter quantitates quadrantium perimetrorum adscripti polygoni; &

verò



Tab I



Ad pag. 17



verò iam modo demonstratum sit, rectam aequalem quadranti perimetri polygoni circumscripti, circulo inscriptam per continuationem abscindere segmentum à tangente minus; polygoni verò inscripti segmentum majus: necessario quadranti peripheria circuli aequalis abscindet segmentum aequale. Et contrà: inscripta per continuationem abscindens segmentum sibi met aequale, erit aequalis quadranti peripheria.

Asscribamus Circulo Archimedea ratione multangulum laterum XCVI. hoc modo: Semicirculus ABC ex centro D descriptus dividatur in duos quadrantes Aa, aC, & termino a versus C inscribatur radius aE; pro latere sexanguli, & anguli recti subtendente. Ducatur tangens per 16. III. Eucl. CF, & radius DE continuetur in F, erit angulus CDE  $\frac{1}{2}$  recti, atq; adeò arcus CE  $\frac{1}{2}$  totius peripheria. Bisecetur angulus CDF; erit CDH  $\frac{1}{4}$  recti, adeòq; arcus CG  $\frac{1}{4}$  peripheria. Quo rursum bisectò erit angulus CDI  $\frac{1}{8}$  recti, atq; arcus CS  $\frac{1}{8}$  peripheria. Hoc etiam bisectò erit CDK  $\frac{1}{16}$  recti, & arcus CN  $\frac{1}{16}$  peripheria: Subtensa igitur CN latus inscripti polygoni XCVI. laterum. Tandem angulo CDK bisectò erit CDL  $\frac{1}{32}$  recti, atq; adeò tangens CL latus circumscripti 192. laterum polygoni; cuius dupla LM latus polygoni circumscripti 96. laterum. Latus hoc vicies-quater sumtum quadrans est perimetri polygoni 96. laterum circumscripti: ut & CN toties repetitum, quadrans perimetri inscripti. Utriq; aequalis recta, quasi QR, OP (seorsim posita) Circulo termino diametri alterutro A inscribatur; inscripti AP, circumscripti AR. Manifestum est, & per proximè precedentia demonstrabile, segmentum tangentis (per post. 2. continuata) CX majus esse ipsa inscripta AP: & CT minus ipsa AR. Inquisita verò & inscripta AB, intra ipsas AP & AR, aequalis est abscisso segmento CV. Er-

*CV. Ergo vel AB vel CV æqualis est quadranti peripheria Circuli, cujus diameter AC.*

*Atq; hic subsistit Quadratura Raimari. Sic enim habet elementum fabrica:*

Si recta, Circulo ab alterutro diametri termino inscripta, per peripheriam extrâ in tangentem, ex altero diametri termino versus idem latus perpendiculariter erectam, continuetur, donec à dictâ tangente sibiipsi æquale segmentum absciderit; æquabitur ipsa inscripta, vel ei æquale abscissum segmentum, quadranti peripheriæ Circuli.

*Sed cum hujus æqualitatis investigatio, præsertim in figuris minoribus, tum molesta nimis, tum errori facile obnoxia sit; merito desideratur expeditior & compendiosior, quam seq. propp. exhibemus.*

### THEOR. X. PROP. XVII.

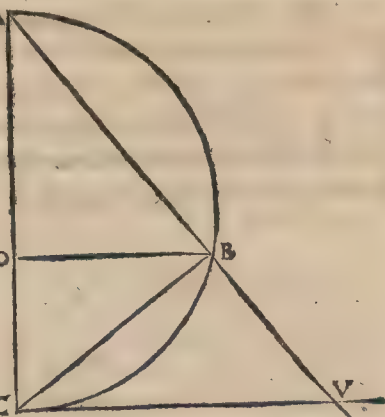
Si recta æqualis quadranti peripheriæ, Circulo ab alterutro diametri termino inscribatur; perpendicularis ab altero inscriptionis termino in diametrum demissa secat eandem extrema ac media ratione.

*In adjuncto diagrammate, dico à termino B inscripta AB (quadranti peripheria per c. 20. hujus æqualis) demissam perpendicularem BD secare diametrum AC extrema ac media ratione in D.*

*Ductâ namq; CB, quoniam perpendicularis BD ex angulo ABC per 11. hujus recto, in basin AC decedit, facit duo triangula*



triangula  $ABD$ ,  $BDC$ , per A  
13. hujus similia inter se &  
toti  $ABC$ . Continuata pra-  
terea  $AB$  infinite, ductaq;  
 $CV$  parallela ipsi  $DB$ , conti-  
nuata occurrente in  $V$ , sunt  
anguli alterni  $BCV$ ,  $DBC$   
(i.e. angulus  $CAB$  per 1. d. VI.  
E.) aequales: Et quoniam tri-  
angulorum  $ABC$ ,  $BCV$ , an-  
guli ad  $B$  recti sunt, erunt &  
reliqui,  $ACB$ ,  $CVB$ , aqua-



les: atq; ita triangulum  $ABC$  triangulo  $CBV$  erit equiangulum, adeoq; erit ut  $CA$  ad  $AB$ , sic  $VC$  ad  $CB$ . Hinc patet, trianguli  $ABC$  tria latera esse continue proportionalia: ac proinde perpendicularis  $DB$  diametrum  $AC$ , per 14. hujus, extrema ac media ratione secat in  $D$ . Nuncigitur expeditior evadit fabrica tetragonismi, ut sequitur.

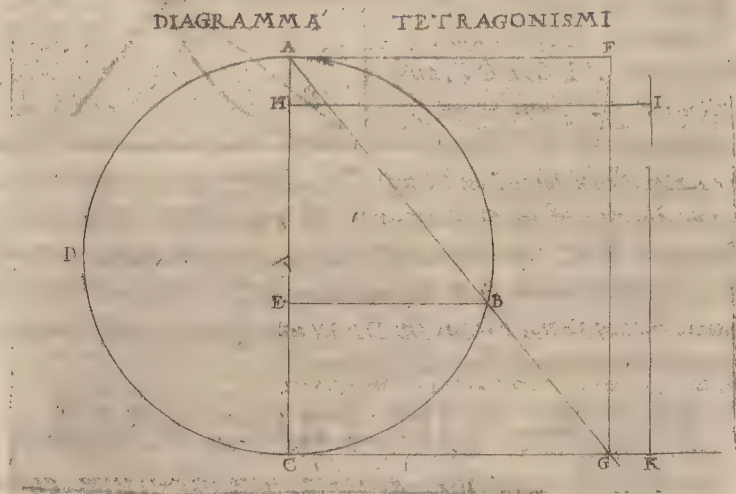
### PROBL. VIII. PROP. XVIII.

*Dato circulo aequale quadratum construere.*

Si dati circuli diameter extrema ac media ratione secetur, & e sectionis puncto perpendicularis ad peripheriam erigatur: oblongum e diametro & hypotenusa, rectum perpendiculari & majori segmento inclusum subtendente, redactum in quadratum, erit aequale Circulo.

Est

Est *circulus* *ABCD*, *quadrandus*. *Secetur* *diameter AC*,  
*per 3. hujus*, *proportionaliter in E*: & *ex E*, *per 1. hujus*, *perpen-*  
*dicularis ad peripheriam* *excitetur EB*. *Recto deinde angulo*  
*AEB*, *comprehenso sub segmento diametri majore AE*, & *per-*  
*pendiculari EB*, *subtendatur hypotenusa AB*. *Ex AB & dia-*  
*metro tota AC* *fiat oblongum AFGC*, *cui per 6. hujus consti-*



*tuatur aequale quadratum HIKC*. *Dico quadratum illud*  
*HIKC aequale esse Circulo ABCD*. *Quoniam enim per 15.*  
*& ejus cons. per 16.* & *eius cons. abundè demonstratum est,*  
*quadrantem peripheriae versari intra quadrantes adscriptorum*  
*multangulorum regularium*; & *rectam AB*, *a tangente CK*  
*aequale sibi segmentum CK abscindentem*, *omnino cadere intra*  
*rectas, aequales quadrantibus perimetrorum inscripti & circum-*  
*scripti polygoni, circulo ab eodem diametri termino inscriptas:*  
*indubi-*



indubitatè per conf. 16. p. hujus, sequitur, ipsam  $AB$  exactè æqualem esse quadrantì peripheria. Demonstratum etiam est per 17. hujus, perpendicularem  $BE$  à termino  $B$  inscripta  $AB$  in diametrum demissam, secare diametrum extrema ac media ratione in  $E$ . Unde per conversam ejusdem 17. sequitur, si diameter circuli secetur extrema ac media ratione, & è proportionalis sectionis puncto perpendicularis ad peripheriam erigatur; rectam, angulo recto inter perpendicularem & segmentum majus contento subtensam, æqualem esse quadrantì peripheria. Quibus ita satis superq. demonstratis, ex ordinatorem planorum geodesia notum est, planum è radio & peripheria dimidio esse aream Circuli; item planum è diametro & peripheria quadrante, planum è semiradio & peripheria, esse aream circuli. Quocirca si vel ex radio &  $AB$  dupla, vel ex diametro &  $AB$  simpla, vel ex semiradio &  $AB$  quadrupla, rectangulum oblongum construatur, ipsum oblongum erit æquale Circulo; ut nostrum  $AFGC$  ex diametro  $AC$  & inscripta  $AB$ . Consequenter huic æquale, quadratum per 6. hujus extractum  $HICK$  simul erit æquale Circulo  $ABCD$ : quod erat propositum.

### THEOR. XI. PROP. XIX.

Si recta è duabus rectis, quarum una est æqualis quadrantì peripheriæ, altera diameter, continuata secetur proportionaliter; punctum continuationis duarum datarum est medium excessus majoris segmenti supra continuatæ proportionaliter sectæ dimidium.

Demonstratione res non habet opus. Sint due recte  $AB$ ,  $BC$ :  $AB$  quidem diametro,  $BC$  verò quadrantì peripheria æqualis; continuata, ut efficiant unam rectam  $AC$ , cujus dimidium

D 2 dium



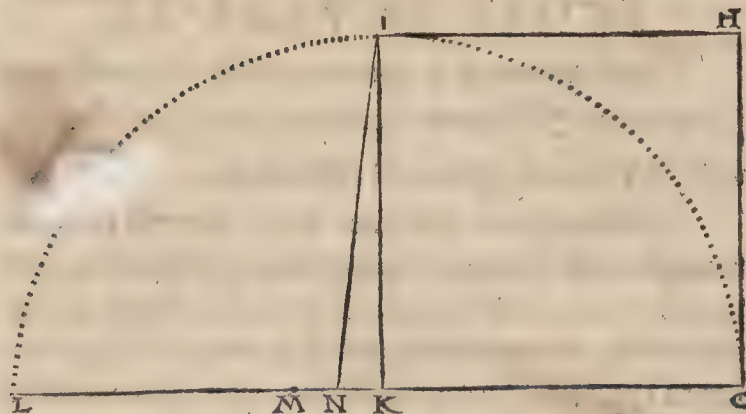


## PROBL. IX. PROP. XX.

*Dato quadrato, lineam rectam quadranti peripheria & diametro continuatis, quadratoq<sup>3</sup> competentibus, aequalem reperire.*

Si recta lateri quadrati dupla secetur proportionaliter, & è medio proportionaliter sectæ, perpendicularis, lateri quadrati æqualis, erigatur; hypotenusæ, ad medium excessus majoris segmenti supra quadrati latus, constituta, erit dimidia rectæ quæsitæ.

*Ad describendum Circulum, dato quadrato aequalem, opus est inventione lineæ æqualis quadranti peripheriæ & diametro secundum rectam continuatis, qualis est in preced. prop. lineæ AC. Non enim duo quadrati latera æquantur duobus lateribus oblongi è diametro & quadrante peripheriæ constructi; propterea quod media proportionalis, latus sc. quadrati ex illo oblongo constructi, per 7. III. Eucl. minor sit dimidiâ ex diametro & quadrante peripheriæ compositâ: velut in preced. prop. BF minor est ipsâ GD, hoc est AD. Nempe duo quadrati latera minora sunt ipsâ AC duplo tanto, quanto GD excedit latus quadrati BF. Igitur ante inquirendam Circuli diametrum defectus hic laterum quadrati restituendus est hoc peculiari problemate: Quadrati HIKC latera duo quæcumq<sup>3</sup>, CK, KI, disponantur secundum rectam lineam CL: è cuius medio K perpendicularis erigatur KI, æqualis lateri quadrati. Sectâ deinde lineâ CL proportionaliter in M, erit majus segmentum CM; excessus supra latus quadrati KM, cuius medium N: è quo subtrahatur ad perpendicularis terminum I hypotenusæ NI; cuius dupla αβ erit*



*æqualis diametro & quadranti peripheria continuatis quadratoꝝ competentibus, per conversam præced. hoc est, erit  $\alpha\beta$  æqualis ipsi AC prop. præc. quod erat questum.*

### PROBL. X. PROPOS. XXI.

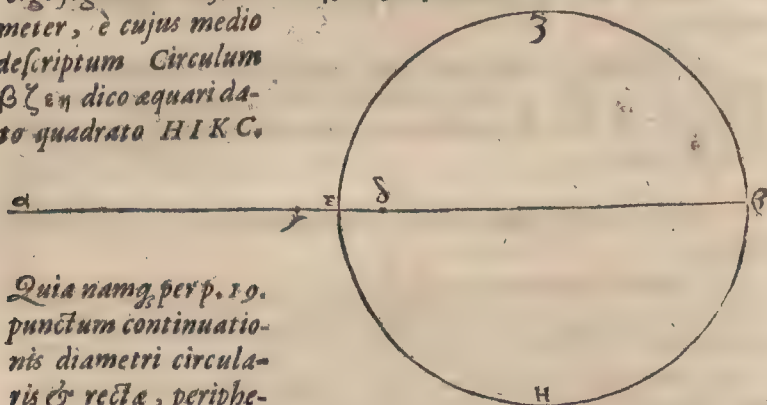
*Dato quadrato æqualem Circulum describere.*

Si quadranti peripheriæ & diametro continuatis inventa æqualis recta secetur proportionally; majus segmentum, minus dimidio excessu supra sectæ semissem, est diameter Circuli.

*Est quadratum prius HIKC, cui describendus æqualis Circulus. Inventæ per prop. præced. linea  $\alpha\beta$ , quadranti peripheriæ & diametro, secundum rectam continuatis, æqualis, secetur*



proportionaliter in  $\gamma$  Medium autem totius  $a\beta$  est  $\delta$ . Excessus ergo segmenti majoris est  $\delta\gamma$ , cujus medium  $\epsilon$ . Erit jam  $a\epsilon$  diameter, & cujus medio descriptum Circulum  $\beta\zeta$  in dico equari dato quadrato  $HIKC$ .



Quia namq; per p. 19. punctum continuationis diametri circularis & recta, peripheria quadranti equalis, est in medio excessu majoris segmenti supra continuata proportionaliter secta dimidium; erit per conversam, segmentum majus, minus dimidio excessu supra ejusdem secta dimidium, diameter Circuli. Vel: semisse istius continuata proportionaliter secta, majus segmentum, minus dimidio excessu supra secta dimidium, erit radius Circuli. Utraq; verò recta proportionaliter secanda inveniebatur problemate precedente.

COROL.

# COROLLARIA.

I.

*Data cuicunq; periphæria lineam rectam æqualem invenire.*

Seçta diametro exempli gratia in prop. 18. A C proportionaliter in E, & ex E erecta ad periphæriam perpendiculari EB, erit hypotenusa AB quadrupla æqualis periphæriæ, per antè demonstrata.

II.

*Data cuicunq; linea recta circumferentiam æqualem exhibere.*

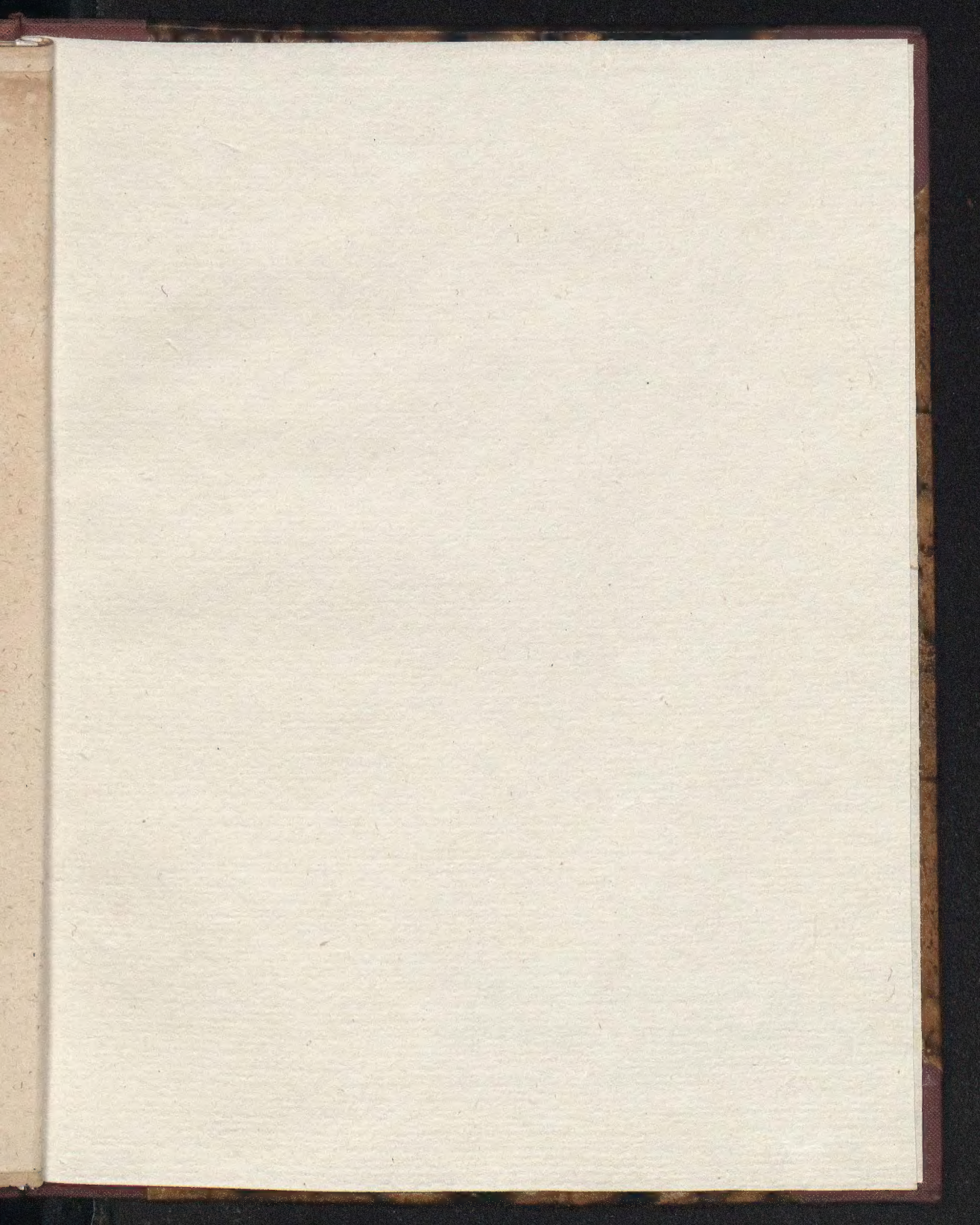
Assumpta diametro & periphæria quacunq; (usurpari etiam posset diag. pag. 17. vel 20.) quærat per 18. hujus & segmentum diametri majus & subtensa quadranti periphæriæ æqualis. Tribus deinde rectis, AB subtensa æquali quadranti periphæriæ, AE, majori diametri segmento, & quadranti data rectæ, quærat per 7. hujus quarta proportionalis: ea erit segmentum diametri majus; quod ipsum proportionaliter sectum & majori suo segmento continuatum per conf. 7. hujus dabit integram æqualis periphæriæ describendæ diametrum.

Vel etiam, quoniam angulus ad A diametro & subtensa comprehensus in omnibus quadraturis semper est idem (propterea quod EB semper ex eodem diametri puncto excitatur) Data aliquâ rectâ, abscindatur à subtensa AB (continuata etiam si opus sit) portio æqualis quadranti rectæ data: & è puncto resectionis demittatur in diametrum (itidem si sit opus, productam) perpendicularis: eritq; abscissa portio diametri segmentum majus, ut prius, per 2. VI. Eucl.

F I N I S.

Pag. 6. lin. 19. & 20. lege: ut secunda ad primam.











Oddział Konserwacji  
Biblioteki Jagiellońskiej  
marzec 1988 r.



